



Control 5

P1. Considere (\mathbb{Z}_5, \cdot_5) .

- i) (1,0 pto.) Construya la tabla para la operación \cdot_5 en \mathbb{Z}_5 .
- ii) (1,0 pto.) Explique por qué (\mathbb{Z}_5, \cdot_5) no es un grupo.
- iii) (2,0 ptos.) Muestre que $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{[0]\}, \cdot_5)$ es un grupo abeliano.
- iv) (2,0 ptos.) Encuentre los subgrupos de $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{[0]\}, \cdot_5)$. Explique.

P2. a) (1,0 pto.) Sea $(S, *)$ una estructura algebraica dada por la siguiente tabla:

$*$	e	a	b
e	e	a	b
a	a	e	e
b	b	e	a

Determine si $*$ es asociativa en S .

- b) Sea $(A, +, \cdot)$ un anillo conmutativo con unidad tal que $|A|$ es finito.
- b1) (1,0 pto.) Muestre que si $a \in A$ es divisor de cero, entonces a no es invertible.
 - b2) Sea $x \in A$, no invertible, $x \neq 0$ (cero del anillo).
 - i) (1,0 pto.) Muestre que $\forall k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, $x^k \neq 1$ (unidad en A).
 - ii) (1,0 pto.) Muestre que $\exists n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, $n \neq m$ tales que $x^n = x^m$.
 - iii) (1,0 pto.) Muestre que $\exists r, s \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ tales que $x^s(1 - x^r) = 0$.
 - iv) (1,0 pto.) Concluya que x es divisor de cero.

Consultas sólo al auxiliar
Justifique cada uno de sus pasos
Tiempo: 1:15